

Sannsynlighet – verdier og symboler

Sannsynlighet kan oppgis som *brøk*, som *desimaltall* eller som *prosent*.

Sannsynligheten for å få 3 når du kaster en terning er $\frac{1}{6} = 0,167 = 16,7\%$

Vi kan bruke symbolet P for sannsynlighet (P for *probability*). "Sannsynligheten for å få 3" kan vi skrive slik:

$$P_{(3)} = \frac{1}{6}$$

Sannsynligheten for noe som *helt sikkert* kommer til å skje er **1** eller **100%**
Sannsynligheten for noe som *helt sikkert ikke* kommer til å skje er **0**

Sannsynligheten kan *aldri* bli mindre enn 0, og *aldri* større enn 1 (eller 100%).

Dette kan du av og til bruke som kontroll: hvis din måte å regne ut en sannsynlighet på kan gi et svar større enn 1, vet du at du må ha tenkt feil!

Enkel sannsynlighet

Når du skal undersøke sannsynligheten for en hendelse, må du finne ut hvor mange *mulige utfall* det finnes (enda mer presist: hvor mange mulige og *like sannsynlige* utfall). Så må du finne ut hvor mange av disse utfallene som er *ønsket*.

$$\text{Sannsynlighet} = \frac{\text{antall ønskede utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$$

Dette gjelder *alltid*, uansett hvor sammensatt problemet er, men noen ganger kan det være vanskelig å finne alle mulige kombinasjoner av utfall. Da må du kanskje "gå en omvei" for å finne løsningen. Likevel er det nyttig å vite at denne formelen alltid gjelder!

EKSEMPEL 1

Hva er sannsynligheten for å få 6 når du kaster en terning?

Det er 6 mulige utfall: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Det er 1 ønsket utfall: 6.

Sannsynligheten for å få 6 når du kaster en terning er altså $\frac{1}{6}$.

EKSEMPEL 2

Det er to hvite og tre sorte kuler i en pose. Hva er sannsynligheten for å trekke en hvit kule?

Det er 5 kuler, altså er det 5 mulige utfall. Det er 2 ønskede utfall: de to hvite kulene.

Sannsynligheten for å trekke en hvit kule er altså $\frac{2}{5}$ (eller 0,4 eller 40%)

Kombinert sannsynlighet

Ofte har vi bruk for å finne sannsynligheten for at *enten* noe *eller* noe annet skjer. Eller vi vil finne sannsynligheten for at *både* noe *og* noe annet skjer.

Enten-eller

For å finne sannsynligheten for at *enten* det ene *eller* det andre skjer, må du *addere* sannsynlighetene.

$$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B)$$

Enten-eller ➡ Addere

Logisk: det er større sjanse for å "vinne" hvis du har flere muligheter.

EKSEMPEL 3

Hva er sannsynligheten for å få 1 *eller* 2 når du kaster en terning?

Sannsynligheten for å få 1 er $\frac{1}{6}$ og sannsynligheten for å få 2 er $\frac{1}{6}$

Sannsynligheten for å få 1 *eller* 2 er $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$

Dette er egentlig et litt dumt eksempel, for du ville ikke gjøre det på denne måten. Det er enklere å tenke at du er interessert i 2 av 6 muligheter! Men det er bra å vite at sannsynlighetene adderes når du har *enten-eller* – du kan få bruk for det i mer kompliserte tilfeller.

Både-og

For å finne sannsynligheten for at *både* det ene *og* det andre skjer, må du *multiplisere* sannsynlighetene.

$$P(A \text{ og } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Både-og ➡ Multiplisere

Sannsynligheten blir altså mindre jo flere "treff" du må ha – det er mindre sannsynlig at man får 6 begge ganger hvis man kaster to terninger enn at man får 6 hvis man kaster én terning.

EKSEMPEL 4

Det er to hvite og tre sorte kuler i en pose. Du trekker først en kule, og så en til uten å legge den første tilbake. Hva er sannsynligheten for at du først trekker en hvit kule og så en sort?

Sannsynligheten for å trekke en hvit kule først er $\frac{2}{5}$ (2 av 5 muligheter)

Nå er det 4 kuler igjen i posen, en hvit og tre sorte. Sannsynligheten for å trekke en sort kule er nå $\frac{3}{4}$ (3 av 4 muligheter).

Sannsynligheten for at du skal trekke *både* en hvit først *og* en sort etterpå er $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$

EKSEMPEL 5

Hva er sannsynligheten for å få to seksere når du kaster to terninger? (eller én terning to ganger – det blir det samme)

Sannsynligheten for å få en sekser er $\frac{1}{6}$

Sannsynligheten for å få to seksere, det vil si at du får seks *både* på den første terningen og på den andre, er $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Men...

Hvis problemet er *enkelt*, kan vi ofte bruke den enkle metoden likevel: hvor mange mulige kombinasjoner er det, og hvor mange av disse ønsker vi?

Kaster du to terninger, er det $6 \cdot 6 = 36$ muligheter. Det er bare én mulighet for å få to seksere, altså er sannsynligheten $\frac{1}{36}$

Kombinasjonsskjema

Når vi har *to* hendelser, kan det være enkelt å bruke et *kombinasjonsskjema* for å finne (og å *vise!*) løsningen. Kaster vi to terninger, kan vi sette de mulige utfallene for terning 1 langs den øverste kanten og utfallene for terning 2 langs den venstre kanten. Rutene i skjemaet viser da alle mulige kombinasjoner. De blå rutene i skjemaet til høyre viser f.eks. alle utfall med 2 på terning 1, de røde viser alle utfall med 4 på terning 2, og den fiolette ruten viser det eneste utfallet med *både* 2 på terning 1 og fire på terning 2.

Nedenfor ser du noen eksempler på hvordan du kan bruke skjemaet for å finne sannsynligheten P for forskjellige utfall.

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

$$P \text{ for "to seksere"} = \frac{1}{36}$$

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

$$P \text{ for "minst én sekser"} = \frac{11}{36}$$

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

$$P \text{ for "to og fire"} = \frac{2}{36}$$

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

$$P \text{ for "to like"} = \frac{6}{36}$$

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

$$P \text{ for "sum lik 8"} = \frac{5}{36}$$

		Terning 1					
		1	2	3	4	5	6
Terning 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

$$P \text{ for "sum minst 8"} = \frac{15}{36}$$

Å bruke sannsynligheten for “det motsatte”

Noen ganger er det enklere å finne sannsynligheten for at noe *ikke* skjer enn å finne sannsynligheten for at det *skjer*.

Sannsynligheten for at noe *skjer* pluss sannsynligheten for at det *ikke* skjer er lik 1 (det er jo helt sikkert at noe enten *skjer* eller *ikke* skjer!). Dette betyr at:

$$P(\text{noe skjer}) = 1 - P(\text{noe skjer ikke})$$

EKSEMPEL 6

Hva er sannsynligheten for å få minst én sekser når du kaster tre terninger?

Det er *veldig* tuklete å regne ut sannsynligheten for alle kombinasjoner som gir minst én sekser (se *Sannsynlighet for 6.pdf*), men det er ganske enkelt å regne ut sannsynligheten for det motsatte, nemlig at man *ikke* får *noen* seksere:

Sannsynligheten for å *ikke* få seks på én terning er $\frac{5}{6}$

Sannsynligheten for å *ikke* få seks på *tre terninger* blir $P_{(\text{ingen } 6)} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$

Sannsynligheten for å få minst én sekser på tre terninger blir altså

$$P_{(6)} = 1 - P_{(\text{ingen } 6)} = 1 - \frac{125}{216} = \frac{216}{216} - \frac{125}{216} = \frac{91}{216} \quad (= 0,421 = 42,1\%)$$